



TITLE:

流れのカオス的挙動の観察例(流体系,カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

種子田, 定俊

---

CITATION:

種子田, 定俊. 流れのカオス的挙動の観察例(流体系,カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1986, 46(2): 240-244

ISSUE DATE:

1986-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91998>

RIGHT:

したものである。電気生理実験においては、軸索長軸方向に空間固定（約5mm長）を行ない、近似的に、常微分方程式系と等価なものとした。また、正弦波入力振幅 $A$ と周波数 $F$ を分岐パラメータとして解析を行なった。

アトラクタの分類は、ストロボプロットによって行なった。すなわち、正弦波入力の30度毎の位相において、軌道のポアンカレ・セクションを調べることにより、この神経力学系における強制振動を、(1)引き込み振動、(2)概周期振動及び(3)カオス振動に分類した。ヤリイカ巨大軸索膜において観察されたカオス振動の例を図1に示す。

一般に、刺激周波数 $F$ が $m/(nF_N)$ に近い場合( $n$ ,  $m$ :比較的小さな自然数、但し、必ずしも互いに素ではない。 $F_N$ :神経発振子の自然発振周波数)、 $n$ 対 $m$ の引き込み振動が観察される。すなわち、入力 $m$ 周期の間に $n$ 個の活動電位が発生し(平均興奮率 $=n/m$ )、その振動波形自体の基本周期は入力周期の $m$ 倍に等しい。パラメータ空間 $A \times F$ において、各引き込み領域に対応する Arnold Tongues は、その平均興奮率がファレー列となるような順に分布する。また、引き込み振動からカオス振動への分岐は、周期倍分岐( $A$ の増大または $F$ の減少に伴う。) または間欠性のルート( $A$ の減少または $F$ の増大に伴う。) であり、低振幅入力時の概周期振動から $A$ の増大に伴うカオス振動への転移は、2次元トーラスのくずれによる。

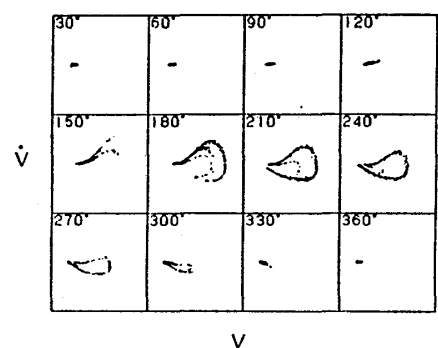


図 1

## 流れのカオス的挙動の観察例

九大・応力研 種子田 定 俊

### 1. はじめに

流体の流れは一般に不規則に揺れている。流れによっては外乱を小さくすれば揺ぎが消えるものもあるが、注意深く外乱を取り除いても揺ぎの止まらないものもある。これらの揺ぎが制御できない微小な外乱に基づくものであるのか、あるいはカオスであるかを判断することは極めて困難である。流れの不規則な挙動の原因としてはカオス、外乱、外乱が原因で生ずるカオ

スなどが考えられる。ここでは不規則な挙動を示す多くの流れの中から open flow（開いた流れ）の例をいくつか挙げてみたい。

## 2. 観察例

### 2.1. 球のまわりの流れ

一様流中に置かれた球のまわりの流れはレイノルズ数が 200 の程度より小さいときには軸対称であるが、200 の程度をこえれば非対称となる。そして、非対称の構造を保ったまま対称軸のまわりを不規則に回転する。図 1 は静水中を自由落下する油滴の後流を示す。

水面に半没した球を上下方向に振動させたときに発生する水面波は、振幅が小さいときには同心円状であるが、一定の振幅をこえれば突然に花びら状に変わり、波の振動数が加振振動数の  $1/2$  に下がる。そして、振幅を上げるにつれて波形は球のまわりを不規則に回転するようになる（図 2, 3）。



図 1 水中を降下する油滴  
 $R = 550$

### 2.2. 円柱の後流

一様流中に直角に置かれた円柱のまわりの流れはレイノルズ数が 40 の程度より低いときには定常であるが、それよ

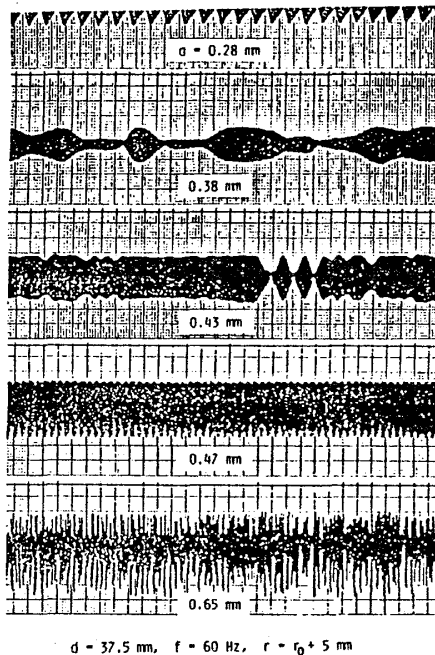


図 3 振動球まわりの水面波の波高計記録

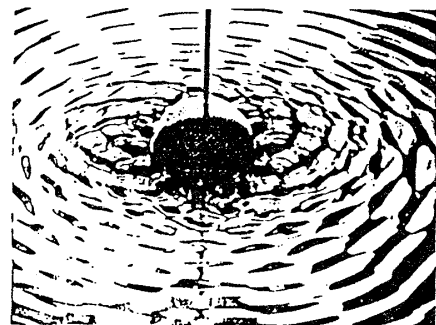


図 2 振動球まわりの水面波。球直径 3.75 cm, 振動数 36 Hz, 振幅 1.5 mm

りも高くなれば非定常となり、カルマン渦列を発生する。図4はレイノルズ数 140 におけるカルマン渦列を示す。一見流れは極めて規則的であるように見えるが、波形と振動数は常に不規則に揺れている(図5)。さらにレイノルズ数を上げると後流中に多数の細かい縦渦が現われ、流れの構造は一段と複雑になる(図6)。図7,8は直径0.5 cm, 長さ200 cmの円柱後流(レイノルズ数360)を示す。



図4 円柱後方のカルマン渦列。  $R = 140$

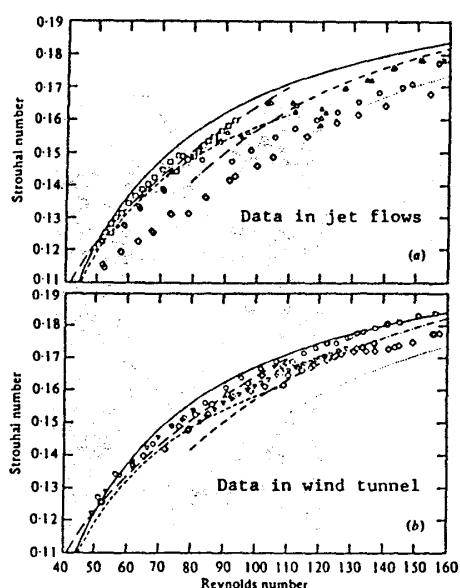


図5 カルマン渦列の振動数 (C.A. Fvieve, 1980)



図6 円柱後方のカルマン渦列。  $R = 300$



図8 円柱の後流。  $R = 360$

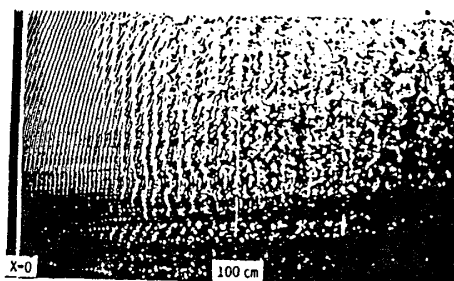


図7 円柱の後流。  $R = 360$

円柱に近いところで波長2.1 cmの斜めカルマン渦列が形成され、円柱後方約40 cmのところから新たに波長約4.7 cmの2次元波が成長を開始、円柱後方約80 cmのところからは波長約13 cmの2次元波が成長を開始していることが分る。一般に後流中には後流幅とほぼ等しい波長をもつ2次元進行波が発生する。図9は直径0.5 cm, レイノルズ数100の円柱を振幅0.1 cm, 振動数0.48 Hzで流れに直角な方向に加振したときの後流を示す。加振しないときの後流の発振周波数は約0.66 Hzであるが、加振周波数0.48 - 0.88 Hzの範囲で後流の発振周波数は

加振周波数に同期される。そして、同期の外れる付近で不規則な挙動が現われる。

### 2.3. 平板の境界層

流れに平行な平板に沿う境界層はその排除厚  $\delta^*$  でとったレイノルズ数  $R^*$  が 500 の程度よりも大きいとき不規則な挙動を行う。しかし、一見極めて不規則にみえる流れの中に種々の秩序構造が存在することが次第に明らかになりつつある。図 10 は平板に直角で主流に平行な断面を示す。境界層が  $20\delta^*$  程度の波長をもつ 2 次元の進行波運動を行っていることが分る。また図 11 は平板表面近傍の流れを示す。平板表面に沿って多数の縦渦が小さな間隔で並んでいることが分る。一方、境界層の外端付近には大きな間隔の縦渦の列が存在する。そしてこれらの秩序構造がそれぞれ不規則に揺れているように思われる。

### 2.4. 静止流体中で回転する円柱のまわりの流れ

図 12 は静水中において 1 本の円柱をそれ自身の軸のまわりに一様回転させたときの流れを示す。最初は円柱表面に薄い一様な厚みの境界層が形成されるが、時間が経つにつれて境界層の厚みは増大し、やがて軸方向に周期的な厚みの変化が現われ、円柱を取囲む渦輪の列が並ぶ。渦輪は次第に大きさを増し、隣りの渦輪と合体しながら不規則な配列となり、どこまでも変形を続ける。同様の現象は静止流体中で円柱が自身の軸を中心にして回転振動を行う場合にも現



図 9 振動円柱の後流。  $R = 100$

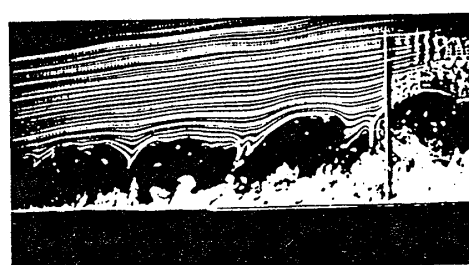


図 10 平板に沿う境界層。  $R^* = 1900$

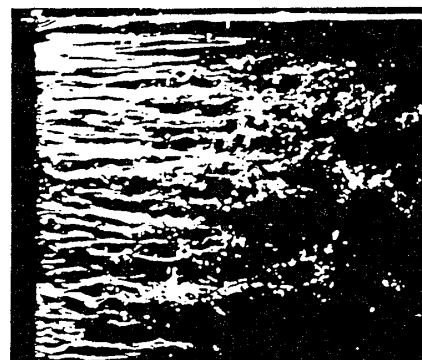


図 11 平板の表面近傍の流れ  $R^* = 2100$

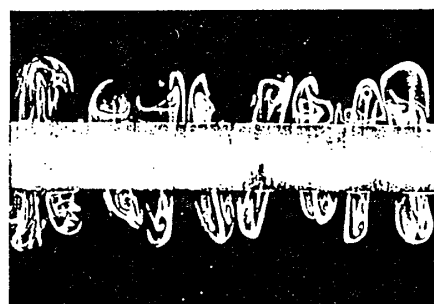


図 12 静水中の回転円柱。円柱直径 1 cm, 1 回転/秒

### 3. おわりに

以上、開いた流れの中から不規則な挙動を示すものをいくつか挙げてみた。今後は従来の実験をカオスの立場から見直し、精密な実験を繰り返す必要があるように思われる。

## 強制振動の下での大振巾水面波のカオスの挙動

九大・応力研 船越満明, 井上 進

水の入った円筒形容器(半径  $a = 9\text{ cm}$ , 水深  $d = 14\text{ cm}$ )を水平方向に, 変位が  $x = x_0 \cdot \cos \omega t$  となるように加振する実験を行ない,  $(\omega, x_0)$  がある領域内にあるときには水面波がカオスのふるまうことを示した。

加振周期  $T (= 2\pi/\omega)$  は  $T_0$  に近い値に設定した。ここで  $T_0$  は, 水面変位  $\eta$  が

$$\eta = c J_1(kr) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix},$$

であらわされるような固有モードの周期である。なお  $(r, \theta)$  は円筒の中心を原点とする極座標であり,  $\theta = 0$  を加振軸の方向にとる。また  $k$  は,  $ka$  が  $J_1'$  の 0 に最も近い零点であるように決める。

図 1 は  $(T, x_0)$  のいろいろな値に対する水面波の挙動の分類を示したものである。 $T$  が  $T_0$  からある程度以上離れている場合には, 波高の最大の点が常に加振軸上にある一次元的振動がみられる。しかし  $T$  が  $T_0$  に比較的近い時には, 最大の  $|\eta|$  を与える点が側壁に沿って一定方向に回る一方向回転運動や, 最大の  $|\eta|$  を与える点の回る向きや波の振巾が不規則に変化するカオスの挙動がみられる。なお図 1 において, 一次元的振動

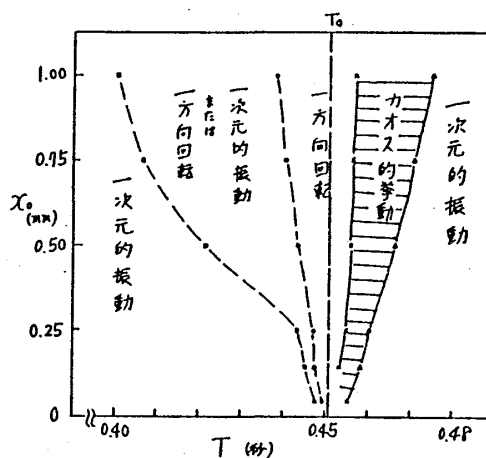


図 1